CONSERVATORIO
DI MUSICA
Niccolò
Piccinni
BARI

CMEC
MAG
CÇ

CONFERENZA DEI DOTTORANDI · DISCo AFAM 2026

Algoritmi per la generazione di traiettorie su reticoli

Stati musicali, quanti di informazione e tassi di crescita

Michele Lorusso

Team di ricerca: Michele Lorusso · Francesco Vitucci · Francesco Scagliola

DOTTORATO DI RICERCA

Composizione musicale elettroacustica computazionale,
modelli algoritmici generativi e complessità computazionale

Coordinatore Francesco Scagliola

La composizione come trasformazione

PUNTO DI PARTENZA

Il messaggio musicale evolve secondo le intenzioni espressive del compositore.

01 · STATO

Configurazione dei macro-parametri

02 · QUANTO

Variazione elementare

03 · TRAIETTORIA

Sequenza di stati musicali

Obiettivo: esplorare il reticolo per organizzare l'evoluzione del materiale.

Ogni nodo è uno stato musicale

RAPPRESENTAZIONE

Uno stato è una n-upla di macro-valori musicali.

Ogni parametro P_i è suddiviso in m_i classi ordinate.

INSIEME DEGLI STATI

$$V = \prod_{i=1}^{n} \{1, \ldots, m_i\}$$

$$v = (v_1, \ldots, v_n)$$

Esempio: $(2, 1, 4)$ identifica una configurazione, cioè un nodo del reticolo.

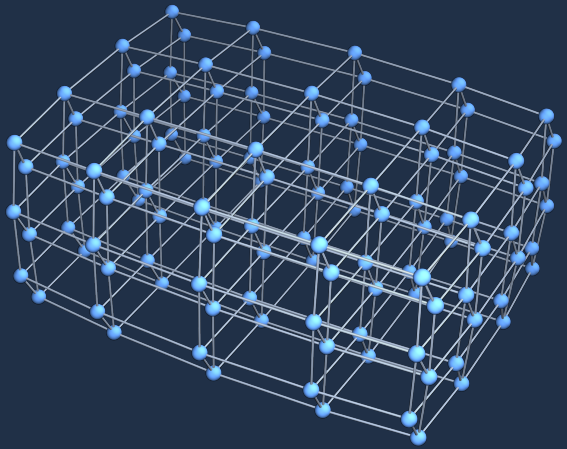
Uno spazio discreto di configurazioni

NODI

Stati musicali espressi da n-uple.

ARCHI

Variazioni unitarie di un macro-valore.



Manhattan: quanti di informazione

DISTANZA TRA DUE STATI

$$d_1(v, w) = \|v - w\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |v_i - w_i|$$

La distanza conta i passi unitari minimi fra due configurazioni.

$$d_1\big((2,2),(5,4)\big) = 3 + 2 = 5$$

Nel modello: cinque quanti di informazione musicale separano i due stati.

Un arco esiste quando $d_1 = 1$

RELAZIONE DI ADIACENZA

$$E = \{(v, w) \in V \times V : \ d_1(v, w) = 1\}$$

Cambia un solo macro-valore di una unità; gli altri restano uguali.

ADIACENTI

$(2, 3, 1) \leftrightarrow (2, 2, 1)$

$d_1 = 1$: un arco

NON ADIACENTI

$(2, 3, 1) \quad (3, 2, 1)$

$d_1 = 2$: nessun arco

Poset: ordine parziale sugli stati

Un poset è un insieme con una relazione d'ordine $\preceq$.

RIFLESSIVA	$v \preceq v$
ANTISIMMETRICA	$v \preceq w,\ w \preceq v \Rightarrow v = w$
TRANSITIVA	$v \preceq w,\ w \preceq z \Rightarrow v \preceq z$

È **parziale**: due stati possono essere incomparabili.

L’ordine confronta tutte le coordinate

$$v \preceq w \quad \Longleftrightarrow \quad v_i \leq w_i \ \text{ per ogni } i$$

CONFRONTABILI

$(1,2) \preceq (2,3)$

INCOMPARABILI

$(1,3)$ e $(2,2)$

Il prodotto di catene finite è un reticolo: minimo e massimo coordinata per coordinata.

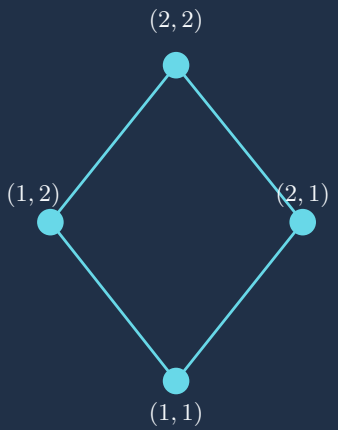
$$v \wedge w = (\min(v_i, w_i))_i \qquad v \vee w = (\max(v_i, w_i))_i$$

Dal poset al diagramma di Hasse

Il diagramma mostra solo le **coperture**: nessuno stato intermedio tra v e w.

$$w = v + e_i$$

La distanza $d_1 = 1$ sceglie l'arco; l'ordine ne determina il verso verso l'alto.



I lati rappresentano le variazioni elementari tra stati confrontabili.

La retta parametrica dei tassi

DIREZIONE DELLA TRASFORMAZIONE

$$\ell(t) = A + t\,r, \qquad r = (r_1, \ldots, r_n) \neq 0$$

$r_i > 0$	$r_i < 0$	$r_i = 0$
CRESCITA	DIMINUZIONE	COSTANZA

I rapporti tra i tassi fissano la direzione. t è geometrico, non la durata musicale.

Dai tassi razionali al passo primitivo

TUTTI I PUNTI INTERI SULLA RETTA

$$D = \operatorname{lcm}(\operatorname{den} r_i), \quad q = Dr, \quad p = \frac{q}{\gcd(|q_1|, \ldots, |q_n|)}$$

TASSI

$$r = (3/2,\ 3/4)$$

$\longrightarrow$

INTERI

$$q = (6, 3)$$

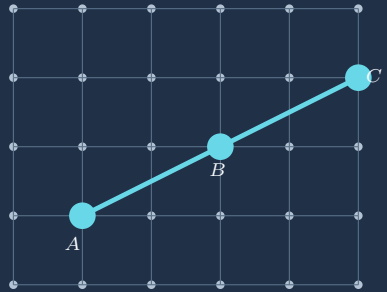
$\longrightarrow$

PRIMITIVO

$$p = (2, 1)$$

Il passo p individua gli stati discreti consecutivi su quella direzione.

Esempio: crescita 2:1



PASSO PRIMITIVO

$$p = (2, 1)$$

$$A = (2, 2)$$

$$A + kp, \quad k = 0, 1, 2$$

$$(2, 2), (4, 3), (6, 4)$$

Ogni salto vale 3 quanti, quindi non è un arco.

Tre modi di usare la stessa direzione

SEGMENTO	Da A a B, estremi inclusi
SEMIRETTA	$A + kp$, con $k \geq 0$, fino al bordo
RETTA COMPLETA	$A + kp$, con $k \in \mathbb{Z}$, tagliata da V

Il reticolo limita la semiretta

Il massimo indice K è il primo vincolo di bordo raggiunto da $A + kp$.

$$K = \min\left\{ \min_{p_i>0} \left\lfloor \frac{m_i - A_i}{p_i} \right\rfloor,\ \min_{p_i<0} \left\lfloor \frac{A_i - 1}{|p_i|} \right\rfloor \right\}$$

Per un insieme vuoto si assume $\min \varnothing = +\infty$.

$$A = (2,2),\ p = (2,1),\ m = (6,5) \quad \Rightarrow \quad K = \min(2,3) = 2$$

Ogni passo ha una distanza precisa

$$d_1(A + kp, A + (k+1)p) = \|p\|_1$$

$\|p\|_1$ quantifica i quanti di informazione per ogni salto.

UN SOLO QUANTO

$p = \pm e_i$: segue un arco.

PIÙ QUANTI

$p = (2, 1)$: il salto attraversa più archi.

Segni concordi danno una catena; segni misti possono dare stati incomparabili.

Traiettorie con N stati

ALGORITMO DI ESPLORAZIONE

$$A \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow \cdots$$

L’algoritmo sceglie punti chiave e concatena segmenti discreti.

01

Segmenti lunghi

02

Stati nuovi

03

Giunzioni uniche

Se i vincoli ammettono una soluzione, la sequenza contiene esattamente N stati.

Direzioni e tassi relativi

ASSIALE

Varia un macro-valore.

$p = (1, 0)$

OBLIQUA

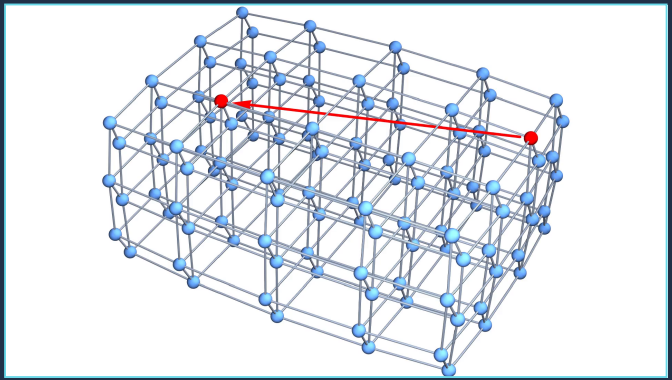
Ne variano almeno due.

$p = (1, 2)$

$(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$ sono tre rapporti di crescita diversi.

Si può vincolare la quota di segmenti obliqui nella traiettoria.

Traiettorie sul reticolo: esempio video



Esempi e validazione d’ascolto

Un repository raccoglie realizzazioni musicali.

GRUPPO 1

Maggiore esperienza d’ascolto

GRUPPO 2

Minore esperienza d’ascolto

Domanda: un quanto del modello è percepibile nel brano?

La corrispondenza percettiva è un’ipotesi da verificare.

CONSERVATORIO
DI MUSICA
Niccolò
Piccinni
BARI

CMEC
MAG
CÇ

ALGORITMI PER LA GENERAZIONE DI TRAIETTORIE SU RETICOLI

Grazie

Michele Lorusso

michelelorusso99@outlook.com

84ky.github.io

cmec-phd.github.io

Team di ricerca: Michele Lorusso · Francesco Vitucci · Francesco Scagliola

Dottorato in Composizione musicale elettroacustica computazionale,
modelli algoritmici generativi e complessità computazionale

Coordinatore Francesco Scagliola